

Roll No.

Y – 421 / Y – 422 / Y – 423 / Y – 424 / Y – 425 / Y – 426 / Y – 427
B.A. (Third Year) (SPECIAL) EXAMINATION, August 2021
(SECOND CHANCE)

MATHEMATICS

Paper – I, II & III (A, B, C, D, E)

**LINEAR ALGEBRA AND NUMERICAL ANALYSIS / REAL AND
COMPLEX ANALYSIS / STATISTICAL METHODS / DISCRETE
MATHEMATICS / MECHANICS / MATHEMATICAL MODELLING /
FINANCIAL MATHEMATICS**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40+40+40=120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50+50+50=150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%

नोट- खण्ड अ एवं ब अनिवार्य हैं। शेष खण्डों में से कोई एक खण्ड कीजिए।

Section A and B are compulsory. Attempt any *one* Section from Remaining Sections.

खण्ड-अ / (Section-A) (Linear Algebra and Numerical Analysis)

1. सिद्ध कीजिए कि आन्तरिक गुणन समष्टि में सदिश α तथा β रैखिकतः परतंत्र होंगे यदि और केवल यदि $|(\alpha, \beta)| = \|\alpha\| \|\beta\|$. 13/16
Prove that in an inner product space the vectors α and β are linearly dependent if and only if $|(\alpha, \beta)| = \|\alpha\| \|\beta\|$.
2. सीकेन्ट विधि की अभिसारिता की दर ज्ञात कीजिए। 13/17
Find the rate of convergence of Secant method.
3. गॉउस विलोपन विधि से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए : 14/17

$$10x + y + 2z = 13,$$

$$3x + 10y + z = 14,$$

$$2x + 3y + 10z = 15.$$

Solve by Gauss-elimination method :

$$10x + y + 2z = 13,$$

$$3x + 10y + z = 14,$$

$$2x + 3y + 10z = 15.$$

P.T.O.

खण्ड-ब / (Section-B) (Real And Complex Analysis)

4. सिद्ध कीजिए कि दूरीक समष्टि में प्रत्येक विवृत गोला विवृत समुच्चय होता है। 13/16
Show that every open sphere is open set in a metric space.
5. सिद्ध कीजिए कि संहत दूरीक समष्टि का संवृत उपसमुच्चय संहत होता है। 13/17
Show that closed subset of a compact metric space is compact.
6. उस मोबियस रूपांतरण को ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं 0, 1 और ∞ को क्रमशः 1, i और -1 में प्रतिचित्रित करता है। 14/17
Find Mobius transformation which maps the point 0, 1 and ∞ into 1, i and -1 respectively.

खण्ड-स / (Section-C) (Statistical Methods)

7. निम्न बंटन की माध्यिका ज्ञात कीजिए : 13/16

वर्ग	बारंबारता
0-10	22
10-20	38
20-30	46
30-40	35
40-50	20

Find median of the following distribution :

Class	Frequency
0-10	22
10-20	38
20-30	46
30-40	35
40-50	20

8. एक सिक्के को चित्त मिलने तक उछाला जाता है। उछालों की संख्या की प्रत्याशा क्या है ? 13/17
A coin is tossed until the head appears. What is the expectation of the number of tosses ?
9. सिद्ध कीजिए कि कोटि सहसम्बन्ध गुणांक : 14/17

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}.$$

Show that coefficient of rank co-relation :

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}.$$

खण्ड-द / (Section-D) (Discrete Mathematics)

10. सिद्ध कीजिए कि यदि समुच्चय A में R एक तुल्यता सम्बन्ध है तो R^{-1} समुच्चय A में एक तुल्यता सम्बन्ध है। 13/16

Prove that if R is an equivalence relation in the set A, then R^{-1} is an equivalence relation in the set A.

11. अंशतः क्रम सम्बन्ध को समझाइए। माना S समुच्चयों का कोई वर्ग (class of sets) है तब सिद्ध कीजिए कि समुच्चय अन्तर्वेशन (set inclusion) \subseteq समुच्चय S पर एक अंशतः क्रम सम्बन्ध (partial order relation) है। 13/17

Explain partial order relation. Let S be any class of sets. Prove that the relation of set inclusion \subseteq is a partial order relation on S.

12. सरल आलेख (simple graph) को परिभाषित कीजिए और दर्शाइये कि n शीर्षों सहित एक सरल ग्राफ में कोरों की महत्तम संख्या $\frac{n(n-1)}{2}$ होती है। 14/17

Define simple graph and show that the maximum number of edges in a simple graph n vertices is $\frac{n(n-1)}{2}$.

खण्ड-य / (Section-E) (Mechanics)

13. तीन बल P, Q, R रेखाओं द्वारा गठित त्रिभुज के पक्षों के साथ कार्य करते हैं $x + y = 1$, $y - x = 1$, $y = 2$. उनके परिणामी कार्रवाई की रेखा के समीकरण का पता लगाइए। 13/16

Three forces P, Q, R act along the sides of the triangle formed by the lines $x + y = 1$, $y - x = 1$, $y = 2$. Find the equation of the line of action of their resultant.

14. इस स्थिति का पता लगाने के लिए कि सीधी रेखा $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ बलों की प्रणाली के लिए एक अशक्त रेखा हो सकती है (X, Y, Z, L, M, N). 13/17

To find the condition that the straight line $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ may be a null line for the system of forces (X, Y, Z, L, M, N).

15. एक कण एक वृत्त $r = 2a \cos \theta$ के साथ इस तरह से चलता है कि मूल के प्रति इसका त्वरण हमेशा शून्य होता है $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2 \cos \theta \dot{\theta}^2$ साबित कीजिए। 14/17

A particle moves along a circle $r = 2a \cos \theta$ in such a way that its acceleration towards the origin is always zero. Prove that :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2 \cos \theta \dot{\theta}^2.$$

खण्ड-र / (Section-F) (Mathematical Modelling)

16. मॉडल 13/16

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{k} \right)$$

के रैखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिए।

Conduct linear stability analysis of model

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{k} \right)$$

17. निम्नलिखित विविक्त मॉडल 13/17

$$u_{t+1} = r u_t (1 - u_t),$$

जहाँ $r > 0$ की रैखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिए।

Conduct linear stability analysis of the following discrete model

$$u_{t+1} = r u_t (1 - u_t)$$

Where $r > 0$.

18. निम्नलिखित मॉडल 14/17

$$u_{t+1} = u_t \exp[r(1 - u_{t-1})]$$

जहाँ $r > 0$ के रैखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिए।

Discuss linear stability analysis of the following model :

$$u_{t+1} = u_t \exp[r(1 - u_{t-1})]$$

Where $r > 0$.

खण्ड-ल / (Section-G) (Financial Mathematics)

19. जोखिम सट्टे एवं जुए में अन्तर को समझाइए। 13/16

Explain difference between Risk Speculation and Gambling.

20. 6,750 रु. का $6\frac{2}{3}\%$ वार्षिक दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए। 13/17

Find the Compound Interest on Rs. 6,750 for 3 years at $6\frac{2}{3}\%$ per annum rate of interest.

21. प्रतिभूति एवं विनियोजन जोखिम की वापसी की गणना समझाइए। 14/17

Explain calculation of security and portfolio risk and return.