

Roll No.

Y – 2552

B.Sc. B.Ed. (Fourth Semester) EXAMINATION, May/June 2021

EDUCATION

MATHEMATICS

(Abstract Algebra, Advanced Calculus,

Partial Diff. Eq. and Complex Analysis)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 125

Minimum Pass Marks : 50

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिए।

Attempt *all* questions.

1. निम्नलिखित में से कोई पाँच प्रश्न हल कीजिए : 5×5=25

Attempt any *five* questions from the following :

(i) सिद्ध कीजिए कि किसी अवयव का प्रसामान्यक, ग्रुप का उपग्रुप होता है।

Show that normalizer of an element is a subgroup of group.

(ii) परिमित ग्रुप के लिये वर्ग समीकरण को समझाइये।

Explain class equation of finite group.

(iii) क्षेत्र को परिभाषित कीजिए।

Define field.

(iv) बूलीय रिंग R में सिद्ध कीजिए कि :

$$a + a = 0, \forall a \in R.$$

In Boolean ring R, show that :

$$a + a = 0, \forall a \in R.$$

(v) सिद्ध कीजिए कि :

$$\overline{\overline{1}} = 1$$

Show that :

$$\overline{\overline{1}} = 1$$

(vi) विषम समाकल को परिभाषित कीजिए।

Define improper integral.

(vii) हल कीजिए :

$$p + q = pq.$$

Solve :

$$p + q = pq.$$

P.T.O.

(viii) आंशिक अवकल समीकरण का वर्गीकरण कीजिए :

$$r - t = 0.$$

Classify partial differential equation :

$$r - t = 0.$$

(ix) स्थिर बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

Define fixed point.

(x) कौशी रिमान् समीकरण का ध्रुवीय समीकरण व्युत्पन्न कीजिए।

Derive polar form of Cauchy Riemann equation.

2. कोई दो भाग हल कीजिए :

10×2=20

Attempt any *two* parts :

(a) आबेली ग्रुप के लिये कौशी प्रमेय लिखिये तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy's theorem for abelian group.

(b) यदि G, p^n कोटि का ग्रुप है जहाँ p अभाज्य संख्या है तथा n धन पूर्णांक है तब सिद्ध कीजिए कि :

$$z \neq \{e\}$$

If G is a group of order p^n , where p is prime number and n is positive integer then show that :

$$z \neq \{e\}$$

(c) यदि $O(G) = p^2$ जहाँ p अभाज्य संख्या है तब सिद्ध कीजिए कि G आबेली है।

If $O(G) = p^2$ where p is prime number then show that G is abelian.

3. कोई दो भाग हल कीजिए :

10×2=20

Attempt any *two* parts :

(a) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक क्षेत्र पूर्णाकीय प्रांत होता है।

Show that every field is integral domain.

(b) सिद्ध कीजिए कि दो गुणजावलियों का सर्वनिष्ठ गुणजावली होता है।

Show that intersection of two ideal is ideal.

(c) यदि R रिंग है तब सिद्ध कीजिए कि :

(i) $a \cdot 0 = 0$

(ii) $0 \cdot a = 0$

(iii) $a(-b) = -(ab)$

(iv) $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$

(v) $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

जहाँ $a, b, c \in R$

If R is a ring then show that :

(i) $a \cdot 0 = 0$

(ii) $0 \cdot a = 0$

(iii) $a(-b) = -(a \cdot b)$

(iv) $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$

(v) $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

4. कोई दो भाग हल कीजिए :

10×2=20

Attempt any *two* parts :

(a) निम्नलिखित फलन का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए।

$$u(x, y) = \sin x \sin y \sin (x + y)$$

Find maxima or minima of the following function :

$$u(x, y) = \sin x \sin y \sin (x + y)$$

(b) बीटा फलन के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of Beta function.

(c) मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx dy dz$$

Evaluate :

$$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y + 2z) dx dy dz$$

5. कोई दो भाग हल कीजिए :

10×2=20

Attempt any *two* parts :

(a) हल कीजिए :

$$(y - x) (qy - px) = (p - q)^2$$

Solve :

$$(y - x) (qy - px) = (p - q)^2$$

(b) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$(p^2 + q^2) y = qz.$$

Solve by Charpit's method :

$$(p^2 + q^2) y = qz.$$

(c) हल कीजिए :

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (y - 1)e^x$$

Solve :

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (y - 1)e^x$$

6. कोई दो भाग हल कीजिए :

10×2=20

Attempt any *two* parts :

(a) सिद्ध कीजिए कि द्विरेखीय रूपांतरण के अन्तर्गत वज्रानुपात निश्चर होते हैं।

Show that cross ratio are invariant bilinear transformation.

(b) सिद्ध कीजिए कि अचर मापांक का विश्लेषिक फलन अचर होता है।

Show that analytic function of constant modulus is constant.

(c) निम्नलिखित फलन की मूलबिन्दु पर सातत्य और अवकलनीयता की जाँच कीजिए :

$$f(z) = \sqrt{|xy|}$$

Test continuity and differentiability at origin of following function :

$$f(z) = \sqrt{|xy|}$$