

Roll No.

Y – 2547A

B.A. B.Ed. (Fourth Semester) EXAMINATION, May/June 2021

EDUCATION

(Mathematics)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 85

Minimum Pass Marks : 34

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिए।

Attempt *all* questions.

1. निम्नलिखित में से कोई **पाँच** प्रश्न हल कीजिए : 3×5=15

Attempt any *five* questions from the following :

(i) केन्द्रीकारक को परिभाषित कीजिए।

Define Centraliser.

(ii) अनआबेली ग्रुप के लिये कौशी प्रमेय का कथन लिखिये।

State Cauchy theorem for un-abelian group.

(iii) गुणजावली को परिभाषित कीजिए।

Define ideal.

(iv) यदि R बूलीय रिंग है तब सिद्ध कीजिए कि :

$$a + a = 0, \forall a \in R$$

If R is boolean ring then show that :

$$a + a = 0, \forall a \in R$$

(v) सिद्ध कीजिये कि :

$$\int \frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$$

Show that :

$$\int \frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$$

(vi) समाकल $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of integral :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

P.T.O.

(vii) हल कीजिए :

$$p + q = 1.$$

Solve :

$$p + q = 1.$$

(viii) हल कीजिए :

$$(D^2 - 5DD' + 6D'^2) z = 0.$$

Solve :

$$(D^2 - 5DD' + 6D'^2) z = 0.$$

(ix) सिद्ध कीजिये कि विश्लेषिक फलन के वास्तविक और काल्पनिक भाग लाप्लास समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

Show that real and imaginary part of analytic function satisfies Laplace equation.

(x) फलन $f(z) = z^2 + 3z$ का स्थिर बिन्दु ज्ञात कीजिये।

Find fixed point of function $f(z) = z^2 + 3z$.

प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए।

Attempt any *two* parts from each unit.

इकाई-I

(Unit-I)

2. (a) आबेली ग्रुप की कौशी की प्रमेय लिखिये तथा सिद्ध कीजिये। 7
State and prove Cauchy theorem of Abelian group.
- (b) यदि $0(G) = p^2$ जहाँ p अभाज्य संख्या है तब सिद्ध कीजिए कि G आबेली है। 7
If $0(G) = p^2$, where p is prime number then show that G is abelian.
- (c) सिद्ध कीजिए कि ग्रुप का केन्द्र, ग्रुप का प्रसामान्य उपग्रुप होता है। 7
Show that centre of group is normal subgroup of group.

इकाई-II

(Unit-II)

3. (a) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक क्षेत्र पूर्णाकीय प्रांत होता है। 7
Show that every field is integral domain.
- (b) सिद्ध कीजिए कि दो गुणजावलियों का सर्वनिष्ठ गुणजावली होता है। 7
Show that intersection of two ideal is ideal.
- (c) सिद्ध कीजिए कि सभी रिंगों के समुच्चय में तुल्याकारिता का संबंध तुल्यता संबंध होता है। 7

Show that relation of isomorphism in set of rings in equivalence relation.

इकाई-III
(Unit-III)

4. (a) फलन $u = x^4 + y^4 + z^4$ का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए जहाँ $xyz = c^3$ । 7

Find maxima or minima of function $u = x^4 + y^4 + z^4$ where $xyz = c^3$.

- (b) सिद्ध कीजिए कि : 7

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$

जहाँ $m, n > 0$

Show that :

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$

Where $m, n > 0$.

- (c) समाकल $\int_0^2 \frac{\log x}{\sqrt{2-x}} dx$ के अभिसरण का परीक्षण कीजिए। 7

Test the convergence of integral $\int_0^2 \frac{\log x}{\sqrt{2-x}} dx$.

इकाई-IV
(Unit-IV)

5. (a) हल कीजिए : 7

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2.$$

Solve :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2.$$

- (b) चार्पी विधि से हल कीजिए : 7

$$z = px + qy + p^2 + q^2.$$

Solve by Charpit's method :

$$z = px + qy + p^2 + q^2.$$

- (c) हल कीजिए : 7

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy.$$

Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy.$$

इकाई-V

(Unit-V)

6. (a) यदि $u - v = (x - y)(x^2 + 4xy + y^2)$ तथा $f(z) = u + iv$, $z = x + iy$ का विश्लेषिक फलन है तब $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिए। 7
 If $u - v = (x - y)(x^2 + 4xy + y^2)$ and $f(z) = u + iv$ is analytic function of $z = x + iy$ then find $f(z)$ in term of z .
- (b) उस मोबियस रूपांतरण को ज्ञात कीजिए जो 0, 1 और ∞ को क्रमशः 1, i और -1 में प्रतिचित्रित करता है। 7
 Find mobius transformation which maps 0, 1 and ∞ into 1, i and -1 respectively.
- (c) कौशी रीमान् समीकरण का ध्रुवीय रूप व्युत्पन्न कीजिए। 7
 Derive polar form of Cauchy Riemann equation.