

Roll No.

Y – 1493

B.Sc. (Fourth Semester) (ATKT) EXAMINATION, June 2021

(LAST CHANCE)

MATHEMATICS

ABSTRACT ALGEBRA, ADVANCED CALCULUS PARTIAL

DIFFERENTIAL EQUATIONS, COMPLEX ANALYSIS

Time : Three Hours

Maximum Marks : 127

Minimum Pass Marks : 34

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिये।

Attempt *all* questions.

इकाई-I/ Unit-I

1. (i) यदि (z, t) पूर्णाकों का धनात्मक समूह हो तो दिखाइए कि प्रतिचित्रण $f: z \rightarrow z$ जो इस प्रकार है कि $f(n) = -n \forall n \in z$ एक स्वाकारिता है।

If (z, t) be the additive group of integers, then show that the mapping $f: z \rightarrow z$. Such that $f(n) = -n \forall n \in z$ is an automorphism.

- (ii) यदि $0(G) = p^2$ जहाँ p एक अभाज्य संख्या हो तो सिद्ध कीजिए कि G आबेली है।

If $0(G) = p^2$, where p is a prime number, then prove that G is abelian group.

इकाई-II/ Unit-II

2. (i) प्रत्येक परिमित पूर्णाकीय प्रान्त क्षेत्र होता है।

Every finite integral domain is a field.

- (ii) सिद्ध कीजिए कि एक वलय R से वलय R' तक एक समाकारिता की अष्टि, R की एक गुणजावली है।

Prove that the Kernel of a homomorphism from a ring R to a ring R' is an ideal of R .

इकाई-III/ Unit-III

3. (i) u का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$u = \sin x \sin y \sin (x + y)$$

Find the maximum value of u , where

$$u = \sin x \sin y \sin (x + y)$$

P.T.O.

(ii) निम्नलिखित समाकलन की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए—

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Test the convergence of following integral—

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \frac{\sin x}{x} dx.$$

इकाई-IV/ Unit-IV

4. (i) निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए—

$$(y + z)p + (z + x)q = x + y$$

Solve the following differential equation—

$$(y + z)p + (z + x)q = x + y$$

(ii) समीकरण $x^2p^2 + y^2q^2 = z^2$ को हल कीजिए—

Solve –

$$x^2p^2 + y^2q^2 = z^2.$$

इकाई-V/ Unit-V

5. (i) दर्शाइए कि फलन $f(z) = \bar{z}$, बिन्दु $z = 0$ पर संतत है किन्तु अवकलनीय नहीं है।

Show that the function $f(z) = \bar{z}$ is continuous but is not differential at $z = 0$.

(ii) दर्शाइए कि फलन $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ लाप्लास समीकरण के सन्तुष्ट करता है तथा संग्रह विश्लेषिक फलन $f(z) = u + iv$ ज्ञात कीजिए।

Prove that the function $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ satisfies. Laplace equation and find the corresponding analytic function $f(z) = u + iv$.