

# W-502(A)/W-503(A)/W-504(A,B,C,D,E) (A)

B.A. (Third Year) Examination, (Second Chance) March/April-2020

## MATHEMATICS

Paper - I & II

Linear Algebra and Numerical Analysis / Real and Complex Analysis

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40+40+40=120 (For Regular Students)

Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50+50+50=150 (For Private Students)

Minimum Pass Marks : 33%

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

Note : Attempt all questions.

### खण्ड-अ / Section-A

Q.1. सदिश समष्टि  $V(F)$  के एक अरिक्त उपसमुच्चय  $W$  को  $V$  का एक उपसमष्टि होने के लिये आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है-  
 $a, b \in F$  तथा  $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$  13/16

The necessary and sufficient condition for a non-empty subset  $W$  of a vector space  $V(F)$  to be a vector subspace of  $V$  is

$a, b \in F$  and  $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$

Q.2. दर्शाइये कि निम्न आव्यूह  $A$  विकर्णीय है  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  13/17

Show that the following matrix  $A$  is diagonalizable  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Q.3. प्रत्येक परिमित विमीय आन्तर गुणन समष्टि एक प्रसामान्य लाम्बिक आधार रखता है। 14/17  
Every finite dimensional inner product space has an orthogonal basis.

### खण्ड-ब / Section-B

Q.1. यदि  $f = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  13/16

तो दिखाइये कि  $f_x(0, 0)$  तथा  $f_y(0, 0)$  दोनों का अस्तित्व है परन्तु फलन  $(0, 0)$  पर सतत नहीं है।

If  $f = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

then show that both  $f_x(0, 0)$  and  $f_y(0, 0)$  exist but the function is not continuous at  $(0, 0)$ .

Q.2. फलन  $f(x) = |x|$ ,  $-\pi < x < \pi$  के लिए फोरियर श्रेणी को ज्ञात कीजिए। 13/17

अतः निगमित कीजिए कि  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$

Find the Fourier series for the function

$f(x) = |x|$ ,  $-\pi < x < \pi$

Hence deduced that  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$

Q.3. सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{8}$  एक परिमेय संख्या नहीं है। 14/17

Prove that  $\sqrt{8}$  is not a rational number.

### खण्ड-स / Section-C

नोट : किसी एक पेपर को हल कीजिए।

Note : Attempt any one paper.

### Statistical Methods (Paper-A)

Q.1. निम्नलिखित बंटन से बॉउले का वैषम्य गुणांक ज्ञात कीजिए। 13/16

वर्ग : 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50

आवृत्ति : 2 7 10 5 3

Find Bowley's coefficient of skewness for following distribution.

Class : 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50

Frequency : 2 7 10 5 3

- Q.2. सिद्ध कीजिए कि दो चरों के योग की प्रत्याशा उनकी प्रत्याशाओं के योग के बराबर होती है, अर्थात्  $F(x + y) = E(x) + E(y)$   
 Prove that the expectation of the sum of two variates is equal to the sum of their expectations i.e.  
 $F(x + y) = E(x) + E(y)$  13/17
- Q.3. कार्ल पियर्सन के सह-सम्बन्ध गुणांक  $r$  के लिए सिद्ध कीजिए कि  $-1 \leq r \leq +1$  14/17  
 For Karl Pearson's coefficient of correlation  $r$  prove that  $-1 \leq r \leq +1$

### Discrete Mathematics (Paper-B)

- Q.1. यदि  $R$  तथा  $S$  समुच्चय  $X$  में तुल्यता सम्बन्ध हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $R \cap S$  भी  $X$  में एक तुल्यता सम्बन्ध है। 13/16  
 If  $R$  and  $S$  be equivalence relations in the set  $X$ , then prove that  $R \cap S$  is an equivalence relation in  $X$ .
- Q.2. दर्शाइये कि  $n$  शीर्षों सहित एक सरल ग्राफ में कोरों की महत्तम संख्या  $\frac{n(n-1)}{2}$  होती है। 13/17  
 The maximum number of edges in a simple graph  $n$  vertices is  $\frac{n(n-1)}{2}$ .
- Q.3. सिद्ध करो कि  $n$  शीर्षों,  $(n-1)$  कोरे तथा बिना परिपथ के एक ग्राफ  $G$  सम्बद्ध होता है। 14/17  
 Prove that a graph  $G$  with  $n$  vertices,  $(n-1)$  edges and  $n$  circuit is connected.

### Mechanics (Paper-C)

- Q.1. If  $T$  be the tension at any point  $P$  of a catenary and  $T_0$  that at the lowest point  $C$  prove that  
 $T^2 - T_0^2 = W^2$ .  $W$  being the weight of the arc  $CP$  of the catenary. 13/16  
 यदि केटिनरी के किसी बिन्दु  $P$  पर तनाव  $T$  हो तथा उसके निम्नतम बिन्दु  $C$  पर तनाव  $T_0$  हो, तब सिद्ध कीजिये कि  
 $T^2 - T_0^2 = W^2$  जहाँ  $W$  केटिनरी के भाग  $CP$  का भार है।
- Q.2. To find the equation of the conjugate of a given line. 13/17  
 एक दत्त सरल रेखा की संयुग्मी रेखा का समीकरण ज्ञात करना।
- Q.3. A particle describes a curve (for which  $S$  and  $\phi$  vanish simultaneously) with uniform speed  $V$ . If the  
 acceleration at any point  $S$  be  $\frac{V^2 C}{S^2 + C^2}$  prove that the curve is a catenary.  
 एक कण एक ऐसे वक्र पर, जिसका  $S$  तथा  $\phi$  साथ-साथ शून्य होता है, समान वेग  $V$  से गतिमान है। यदि बिन्दु  $S$  त्वरण  
 $\frac{V^2 C}{S^2 + C^2}$  है। तब सिद्ध कीजिये कि वक्र एक केटिनरी है। 14/17

### Mathematical Modelling (Paper-D)

- Q.1. मॉडल  $\frac{dN}{dt} = f(N)$  13/16  
 के रैखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिये।  
 जहाँ  $f(N)$ ,  $N$  का अरैखिक फलन है।  
 Conduct linear stability analysis of the model  
 $\frac{dN}{dt} = f(N)$   
 Where  $f(N)$  is non-linear function of  $N$ .
- Q.2. निम्नलिखित विविक्त डिले मॉडल  $u_{t+1} = u_t \exp[r(1 - u_{t-1})]$   
 जहाँ  $r > 0$   
 के रैखिक स्थिरता का विश्लेषण करो।  
 Discuss linear stability analysis of following discrete delay model.  $u_{t+1} = u_t \exp[r(1 - u_{t-1})]$   
 Where  $r > 0$
- Q.3. ग्राफ सिद्धांत द्वारा हल किये जाने वाली कुछ समस्याओं का वर्णन करो। 14/17  
 Explain some problem that can be solved through graph theory.

### Financial Mathematics (Paper-E)

- Q.1. वित्तीय प्रबंधन के लक्ष्य को स्पष्ट करते हुए प्रमुख निर्णय लिखिए। 13/16  
 Explain goals of Financial Management and main decisions of Financial Management.
- Q.2. वार्षिकी और उसके प्रकार विस्तारपूर्वक समझाइए। 13/17  
 Explain briefly Annuities and its kinds.
- Q.3. "अनिश्चय की अवस्था में वापसी की गणना" विषय पर लेख लिखिए। 14/17  
 Write notes on "Measurement of returns under uncertainty situations".